

# List of Abstracts BSSM 2022

## Lundi-Monday

### Samuel Fiorini

**Title:** An excursion in Algebraic Graph Theory

**Abstract:** Graphs are one of the simplest and most ubiquitous mathematical objects. To construct a graph, it does not take much: a set of vertices, and a set of edges, every edge being an unordered pair of vertices. Since the first graph theory paper by Leonhard Euler in 1736, the mathematical community has significantly developed Graph Theory. In fact, with the advent of computers and the internet, Graph Theory has seen a true explosion. Many fascinating questions about graphs have been answered, but many more remain! My plan for the BSSM lectures is to lift the veil and show you one corner of Graph Theory that has to do with Linear Algebra. Graphs have matrices, eigenvalues and eigenvectors. What about them? What can we do with them? Let us discover that together.

### Morine Delhelle

**Title:** Mathématiques en médecine : Modèle de cure, censure dépendante et copules

**Abstract:** Lors d'études cliniques, ainsi que dans d'autres domaines, il n'est pas rare de rencontrer des modèles qui cherchent à expliquer au mieux le temps avant qu'un certain évènement donné se produise (le temps avant le décès d'un patient cancéreux, avant une rechute, avant qu'une femme ait son premier enfant ou encore le temps avant qu'un chômeur retrouve du travail, etc.). Ces modèles sont appelés modèles de survie (la terminologie venant de l'application au domaine médical).

Dans le cas de l'étude de telles données (appelées données de survie), il n'est pas rare que certains individus ne réalisent jamais l'évènement d'intérêt (rechute, enfant, etc.). De plus, il peut arriver qu'une partie d'entre eux décide de quitter l'étude en cours pour des raisons qui peuvent être plus ou moins liées à l'évènement que nous souhaitons observer. Il est évidemment nécessaire de prendre au mieux en compte ces différentes situations dans l'élaboration du modèle.

Dans cet exposé une introduction aux notions précisées sera donnée ainsi qu'une présentation d'un modèle adéquat faisant appel à l'objet mathématique plutôt récent et très utile qu'est la copule.

## Julia Ramos Gonzales

**Title:** The Yoneda lemma (or why we know what a black hole is without being able to see it)

**Abstract:** Black holes, ancient languages, particles, cells, lost civilizations... Scientists are often confronted with a significant obstacle: the objects they want to study cannot be directly approached, measured or analysed. Mathematicians are not unfamiliar to this problem; the study of the frequently inaccessible "classifying spaces", such as the moduli spaces, is a prominent example.

In these situations, the common practice is to try to understand the nature of such unattainable objects by studying their interactions with other objects or entities in their environment. However, a question arises: Is the knowledge of all the relations of an object with all the objects in its environment enough to fully understand the object? Or, in other words, is an object fully determined by all those relations?

The Yoneda lemma is a beautiful and deep result in category theory that tells us that this is indeed the case. In this talk we will introduce the language necessary to state and prove this lemma and we will go through some of its surprising consequences.

## Mardi-Tuesday

### Céline Esser

**Titre:** Wavelets as a tool for multifractal analysis

**Abstract:** L'analyse multifractale a été introduite dans les années 80 afin d'expliquer des observations effectuées sur des signaux de turbulence et a pour but l'étude de fonctions dont la régularité ponctuelle peut varier d'un point à un autre. Typiquement, les fonctions étudiées ne sont dérivables en aucun point. Pour caractériser plus finement la régularité de ces fonctions, on utilise l'exposant de Hölder qui fournit un continuum entre la notion de continuité et de dérivabilité. Une idée synthétique de la distribution des différentes régularités présentes dans une fonction est alors donnée par la dimension de Hausdorff des points partageant le même exposant de Hölder.

L'objectif de cet exposé est de présenter les bases de l'analyse multifractale ainsi que le rôle joué par les bases d'ondelettes dans ce contexte.

## Mercredi-Wednesday

### Tien Nguyen Manh

**Title:** Area and perimeter of soap bubbles

**Abstract:** You may already know that in the plane, the circle encloses the largest area among curves with the same length. This is the content of the classical isoperimetric inequality, which states that a plane curve of length  $L$  encloses an area at most  $L^2/4\pi$ . It was conjectured 100+ years ago that the same relation also holds for area and perimeter of minimal surfaces. These surfaces are mathematical model of soap bubbles spanning wire frames and are among the most studied objects in differential geometry. Despite this, the conjecture remains open.

We will prove the classical isoperimetric inequality and apply it to solve the conjecture in case of surfaces with 1 or 2 boundary components. The proof presented here appeared in a research article of Choe in 1990, however, no background on differential geometry will be assumed.

### Benjamin Roelandts

**Title:** Political sciences and Mathematics

**Abstract:**

Discussion of the concept of democracy in the light of voting theory

Question : What is the right way to take into account the preferences of each individual to deduce the collective preference (the very foundation of democracy)?

- The main voting procedures and identification of their advantages and disadvantages.
- Presentation of some paradoxes and highlighting the influence of the voting method on the result.
- Presentation of Arrow's theorem (stating that a collective preference cannot be coherently defined by aggregating individual preferences) and discussion of the conclusions to be drawn from it on a political level.

### Christian Michaux

**Title:** Décidabilité versus Indécidabilité en Arithmétique.

**Abstract:** Soit une classe de processus  $\mathcal{C}$ , soit une famille d'objets  $\Sigma^*$ , soit une spécification  $L$  que certains des objets satisfont ; on dit que la spécification est  $\mathcal{C}$ -décidable s'il existe un processus  $M \in \mathcal{C}$ , qui étant donné un objet  $w \in \Sigma^*$ , décide si oui ou non l'objet satisfait la spécification  $L$ . Dans le cas contraire, on dit que la spécification est  $\mathcal{C}$ -indécidable.

Dans cet exposé, nous nous concentrerons sur le cas où les processus sont des algorithmes (écrits dans votre langage favori), les objets des énoncés arithmétiques et la spécification est "être vrai". Nous terminerons en abordant une question longtemps restée ouverte, et très récemment résolue par Ph. Hieronymi and Chr. Schulz, démontrant que de très nombreux énoncés arithmétiques mixant uniquement l'addition, les puissances de 2 et de 3 sont indécidables.

Chemin faisant, nous aborderons des énoncés de théorie des nombres comme le théorème d'approximation de Kronecker ou le théorème de Baker sur les formes linéaires pour les logarithmes des nombres algébriques.

## Jeudi-Thursday

**Joel Fine**

**Title:** Knots and minimal surfaces

**Abstract:** This is a talk in two parts. In the first I will describe how mathematicians think about knots. A knot is an embedded copy of the circle in  $\mathbb{R}^3$ . Two knots are the same if you can deform one into the other without the circle breaking or crossing itself. The fundamental problem in knot theory is to find a way to tell if two knots are different. Maybe a very intricate seeming knot is actually just a very simple knot which has been wrapped up in a complicated way. One way to try and answer this problem is through knot invariants: numbers or polynomials (or even more complicated algebraic objects) which can be computed directly from a given knot and which remain unchanged as you deform the knot. Two knots with different invariants must be different knots. I will explain some of the classical knot invariants and how to compute them.

In the second part of the talk I will describe minimal surfaces and, in particular, minimal surfaces in hyperbolic space. A minimal surface is one whose area doesn't change to first order under small perturbations of the surface. Meanwhile hyperbolic space is a geometric space in which "straight lines" run away from each other much more rapidly than in our familiar Euclidean space. A minimal surface in 4-dimensional hyperbolic space runs out to infinity where it is asymptotic to a knot in Euclidean 3-dimensional space. I will explain how you can try and count the minimal surfaces which are asymptotic to a given knot and in this way hope to obtain a knot invariant. At this point in the talk we will have reached active topics in current research.

**Paul Großkopf**

**Title:** Of Shapes and Numbers: A love story between Topology and Algebra

**Abstract:** Our tale starts with our two principal characters, that could not be more different. On the one hand there is Algebra as a field of equation manipulation and axioms on given operations, on the other hand Topology as a

field of continuity and general shapes of objects. We will review their strength and their weaknesses and see what problems they have to deal with. We will introduce this characters to each other and send them on a quest to show that flat space of different dimension is not homeomorphic ( $\mathbb{R}^n \not\cong \mathbb{R}^m$  for  $n \neq m$ ). They will encounter mathematical monsters like space filling curves and discover weapons made by their combined power like the fundamental group. We will take a look on their bright future together in Algebraic Topology and as a bonus, even give a homotopical proof of the Fundamental theorem of Algebra.

## Paolo Roselli

**Title:** Le paradoxe de la tangente et le taux (vectoriel) d'accroissement

**Abstract:** Si une fonction à une variable est suffisamment lisse, alors la position limite de droites sécantes son graphe est une droite tangente. Par analogie, on s'attendrait à ce que la position limite de plans sécantes une fonction lisse à deux variables soit un plan tangent à son graphe. étonnamment, ce n'est pas nécessairement vrai, même lorsque la fonction est un simple polynôme. Malgré ce paradoxe, nous montrons que certaines des analogies avec le cas à une variable sont toujours valables dans le contexte à plusieurs variables, pourvu que nous utilisons un produit vectoriel particulier: le produit géométrique de Clifford.

## Vendredi-Friday

### Geoffrey Janssens

**Title:** Des matrices qui communiquaient dans 2 langues étonnamment différentes (une histoire selon J. Tits)

**Abstract:** Prenons  $m$  matrices inversibles  $A_1, \dots, A_m$  et considérons le sous-groupe  $G = \langle A_1, \dots, A_m \rangle$  de  $GL_n(K)$  engendrés par eux. Il est bien naturel de se poser naïvement la question si on peut décrire ce groupe de matrices. Un des théorèmes emblématique de Tits, appelé "*l'alternative de Tits*", nous donne une réponse:  $G$  est soit un groupe libre, soit contient un sous-groupe d'indice fini qui est soluble. Dans cette exposé on marchera tranquillement à travers les concepts nécessaire pour comprendre ce résultat. La connaissance prérequis pour l'exposé ne dépassera pas la notion d'un groupe et sur le chemin on verra émerger une méthode bien Tits'ienne : l'usage de la géométrie (projective). Entre autre le Lemme du ping-pong et les graphes de Cayleys nous accompagnerons dans cette histoire.

### Julie Huyghe

**Title:** Une introduction interactive à la théorie de l'information de Shannon

**Abstract:** La théorie de l'information de Claude Shannon, développée au milieu du 20ème siècle, est une théorie passionnante au croisement des mathématiques et de l'informatique. Elle est généralement considérée comme une section de la théorie de la communication. Cette théorie a pourtant des contributions dans de nombreux autres domaines, comme la thermodynamique, l'informatique, l'économie ou encore les probabilités et les statistiques mathématiques. Elle est également encore au coeur de nombreux sujets de recherche à l'heure actuelle. Le but de cet exposé sera de donner une introduction à la théorie de l'information de manière interactive. En particulier, nous définirons l'entropie d'une distribution de probabilités, l'entropie relative et l'information mutuelle de deux distributions. L'exposé sera principalement basé sur le livre *Elements of information theory* -Thomas M. Cover, Joy A. Thomas.

## Louan Mol

**Title:** Group theory, topology and spin-1/2 particles

**Abstract:** In order to explain the bizarre nature of quantum spin-1/2 particles to his students, Paul Dirac invented a fun demonstration with his belt which is now known as "Dirac's belt trick". We will explain this trick and use it as a motivation to talk about homotopy, covering spaces and, finally, spinors. (Talk given in french, slides in english.)